Gebrochen-rationale Funktionen • Uneigentliche Integrale
Übung

1. Berechnen Sie die uneigentlichen Integrale.

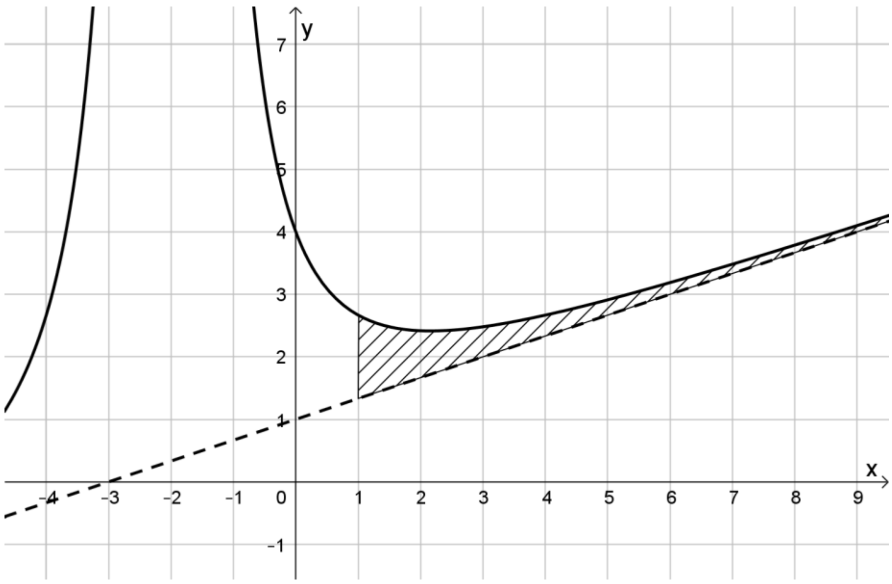
   a) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3}\,dx$

   b) $\int_3^{\infty} 2 + \frac{1}{x^4}\,dx$

   c) $\int_1^{\infty} \frac{1}{(x+2)^2}\,dx$

   d) $\int_{-\infty}^{0} \frac{3}{(x-1)^3}\,dx$

2. Das untere Schaublid zeigt den Graphen von $f(x) = \frac{1}{3}x + 1 + \frac{12}{(x+2)^2}$ mit seiner schrägen Asymptote. Berechnen Sie den endlichen Inhalt der schraffierten Fläche, die sich im I. Quadranten bis ins Unendliche erstreckt.



3. Interpretieren Sie den Wert des Integrals

$$\int_2^3 \frac{x+1}{x-2}\,dx$$

mit Hilfe einer Skizze graphisch.

4. Entscheiden Sie ohne Rechnung und anhand einer Skizze den Wert des Integrals

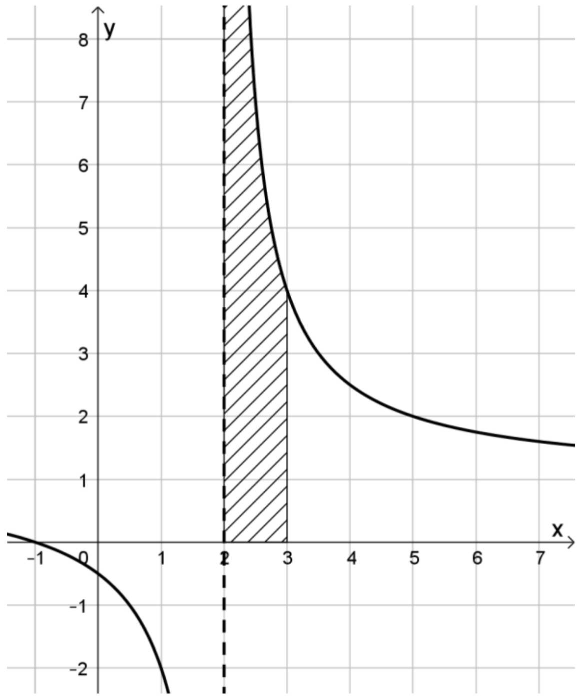
$$\int_{-3}^{\infty} 2\,dx$$

Gebrochen-rationale Funktionen • Uneigentliche Integrale
Lösung

1.
   a) $\frac{1}{2}$
   b) ∞, das Integral existiert daher nicht.
   c) $\frac{1}{3}$
   d) $-\frac{3}{2}$

2. 4 FE

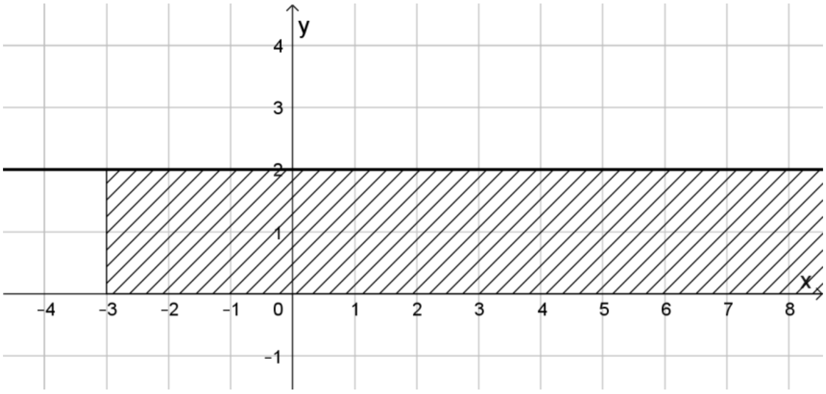
3.



Das Integral nimmt einen unendlich großen Wert an. Dies liegt daran, dass es sich bei der linken Grenze um eine Polstelle handelt.

Hinweis: **Uneigentliche Integrale 2. Art** sind solche, in denen mindestens eine Grenze einer Polstelle entspricht. Solche Integrale existieren im Hinblick auf gebrochen-rationale Funktionen nie.

4.



Das Integral stellt ein Rechteck mit Breite 2 dar, das sich bis ins Unendliche erstreckt. Der Wert des Integrals muss unendlich sein und existiert somit nicht.